On sera amené à utiliser comme unité d'énergie l'électron volt, de symbole eV, *tel que* $1\,\mathrm{eV} = 1{,}60 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}$

Exercices d'application : Flux de photons, effet photoélectrique, photodiode, longueurs d'onde de de Broglie

Culture en sciences physiques : Effet photoélectrique, onde de de Broglie, Expérience de Shimizu et Shimizu, dégénérescence quantique,

Corrigés en TD : Flux de photons, effet photoélectrique, onde de de Broglie, Shimizu et Shimizu, dégénérescence quantique.

.

Exercice 1 : Flux de photons

1. Une antenne de radio émet sur la fréquence de $1\,\mathrm{MHz}$ avec une puissance de $1\,\mathrm{kW}$. Quel est le nombre de photons émis par seconde ?

2. Une étoile de première grandeur émet un flux lumineux sur la terre de $1{,}6 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{W \cdot m^{-2}}$ à une longueur d'onde moyenne de $556\,\mathrm{nm}$. Combien de photons traversent la pupille de l'œil par seconde ?

Exercice 2 : Effet photoélectrique

On rappelle le principe de l'effet photoélectrique. Un photon d'énergie suffisamment importante peut être absorbé par un métal lors d'une collision qui en éjecte un électron. Le métal doit pour cela recevoir une énergie minimale, nommée *travail d'extraction* et notée W.

1. Exprimer la conservation de l'énergie entre l'état initial : photon + électron lié au métal ; et l'état final électron extrait du métal. En déduire une relation entre la constante de Planck, la vitesse de la lumière c, la longueur du photon absorbé λ, le travail d'extraction W et l'énergie cinétique de l'électron extrait $\mathscr{E}_{\mathrm{cin}}$.

2. On envoie sur du potassium, une radiation de longueur d'onde$\lambda_1 = 253{,}7\,\mathrm{nm}$; l'énergie maximale des électrons extraits est $3{,}14\,\mathrm{eV}$. Elle est $0{,}36\,\mathrm{eV}$ pour $\lambda = 589\,\mathrm{nm}$.

   (a) Retrouver la valeur de la constante de Planck.

   (b) Calculer le travail d'extraction W des électrons du potassium.

   (c) Calculer la longueur d'onde maximale λ_{max} des radiations provoquant l'effet photoélectrique sur le potassium.

3. Comparer la quantité de mouvement d'un photon λ et celle de l'électron extrait. En déduire que l'ensemble de l'échantillon de potassium acquiert lui-aussi une quantité de mouvement. Doit-on pour autant en tenir compte dans le bilan d'énergie ?

Exercice 3 : Montage à photodiode

Un détecteur de lumière comme une photodiode réalise essentiellement une conversion photon-électron. On admettra que, si la surface sensible est soumise à un flux de photons, la photodiode se comporte comme un générateur de courant électrique, en produisant un flux d'électrons égal au flux de photons reçu.

1. Rappeler l'énergie d'un photon associé à une onde laser de fréquence ν. Application numérique pour une longueur d'onde égale à 532 nm.

2. Exprimer le nombre moyen de photon Φ émis par unité de temps pour un laser de puissance P émettant une onde lumineuse de fréquence ν. Application numérique pour $\lambda = 532\,\mathrm{nm}$ et $P = 1{,}0 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{W}$.

3. En déduire une expression de l'intensité du courant développé par la photodiode en fonction de $P, \nu, h\, e$ où l'on note e la charge élémentaire et h la constante de Planck. Application numérique : comment choisir la valeur de la résistance sur laquelle débite la photodiode pour récupérer une tension de l'ordre du volt.

Exercice 4 : Longueur d'onde de de Broglie et microscopie électronique

Un microscope électronique utilise un faisceau d'électrons au lieu d'un faisceau lumineux pour produire des images d'objets dont la surface est conductrice.

1. Rappeler l'ordre de grandeur de la longueur d'onde λ_v d'un rayonnement lumineux visible. Quel phénomène lié à la longueur d'onde λ_v limite la résolution instruments d'optique ? En déduire l'ordre de grandeur de la résolution d'un microscope optique.

2. Dans un microscope électronique à transmission, les électrons sont accélérés par une tension de $100\,\mathrm{keV}$. En déduire leur vitesse puis la résolution maximale qu'on peut espérer atteindre.

On utilisera les valeurs bien connues des paramètres physiques de l'électron.

Exercice 5 : Expérience de Shimizu et Shimizu

On précise les paramètres de l'expérience d'interférences d'atomes de néon métastables froids décrite en cours.

1. La distance entre deux franges, notée i, dépend de la longueur d'onde λ_{dB} et des distances d entre les fentes et D entre le plan des fentes et l'écran. À votre avis, la distance i est-elle croissante ou décroissante avec D ? Même question pour d. En déduire une expression de i en fonction de λ_{dB}, D d par analyse dimensionnelle.

2. La distance entre deux franges claires successives, notée i est de l'ordre de $0{,}23\,\mathrm{mm}$, et on a $d = 6\,\mu\mathrm{m}$ et $D = 11\,\mathrm{cm}$. En déduire l'ordre de grandeur de la longueur d'onde de de Broglie λ_{dB} des atomes de néon dans les conditions de l'expérience.

3. (a) En déduire l'ordre de grandeur de la vitesse v des atomes de néon dans l'expérience. On fera intervenir le nombre d'Avogadro et la masse molaire du néon dont les valeurs figurent dans le cours de chimie.

   (b) Cette valeur est-elle compatible avec une hauteur totale de chute de $20\,\mathrm{cm}$?

Exercice 6 : Longueur d'onde λ_{dB} thermique et dégénérescence quantique

On sait depuis 1995 réaliser un état de la matière dans lequel un grand nombre (de l'ordre du million) d'atomes bosoniques (possédant un nombre pair de nucléons) sont tous le même état quantique : le « condensat de Bose-Einstein ». Leur fonction d'onde commune est l'état fondamental du système réalisant leur confinement, chacune de ces fonctions d'ondes étant de plus en phase.

On détermine un ordre de grandeur de la température pour laquelle se phénomène se produit.

1. Dans un ensemble d'atomes de masse m à la température T (en K), on définit une longueur d'onde de de Broglie thermique λ_{dBT} caractérisant la longueur d'onde de de Broglie caractéristique des atomes à l'aide de la vitesse quadratique moyenne.

   (a) Établir l'expression de λ_{dBT} en fonction de la température.

   (b) Déterminer un ordre de grandeur de λ_{dBT} pour un élève passant la porte de la cantine. Pourra-t-on observer un phénomène de diffraction ?

2. La condensation de Bose-Einstein se produit quand l'ensemble des atomes atteint le régime dit de « dégénérescence quantique », dans lequel la longueur λ_{dBT} devient comparable à la distance caractéristique, notée d, séparant les atomes.

   (a) Déterminer par analyse dimensionnelle l'expression de la distance d en fonction du nombre de particules par m^3 noté n.

   (b) On piège un nombre N de particules dans une « boite » (au moyen de champs magnétiques et/ou de faisceaux lasers) cubique de côté a. Établir en ordre de grandeur l'expression reliant N, T et a au seuil de condensation. Suffit-il que les atomes soient froids pour l'observer ?

   (c) Calculer l'ordre de grandeur de la température, notée T_{BEC}, de condensation pour un nombre $N = 2\cdot 10^4$ d'atomes de Rubidium ^{87}Rb et $a = 20\,\mu$m.

Exercice 7 : Laser à puits quantique

Dans une laser dit à « puits quantique », on produit dans un semiconducteur une structure confinant les électrons dans une couche de très faible épaisseur, $d_z \simeq 100$Å selon la direction $\overrightarrow{e_z}$.

1. Quel est l'ordre de grandeur de l'indétermination quantique minimale de la quantité de mouvement selon $\overrightarrow{e_z}$? Que peut-on dire des quantités de mouvement selon $\overrightarrow{e_x}$ et $\overrightarrow{e_y}$ si les dimensions dans lesquelles est confiné l'électron selon $\overrightarrow{e_x}$ et $\overrightarrow{e_y}$ sont très grandes devant d_z ?

2. En déduire que l'énergie cinétique d'un électron confiné dans cette structure ne peut pas être nulle. Calculer l'ordre de grandeur de son minimum, en admettant que du fait de son interaction avec le cristal, on doit utiliser pour l'électron une « masse effective » égale à $m^\star = 0{,}06 m_e$. On l'exprimera en eV.

Exercice 8 : Vitesse de propagation de l'onde de de Broglie

Une particule de masse m se déplace à la vitesse v (très inférieure à la vitesse de la lumière).

1. Déterminer l'expression du vecteur d'onde k_{dB} de de Broglie.

2. L'énergie de la particule est uniquement cinétique. En appliquant la relation de Planck-Einstein, déterminer la pulsation ω_{dB} correspondante.

3. En déduire la vitesse de phase de propagation de l'onde de de Broglie. Comparer à la vitesse de la particule.

Exercice 9 : L'atome d'hydrogène

1. (a) Rappeler la valeur de l'énergie de l'état fondamental de l'atome d'hydrogène. On la note $-E_0$. En déduire la plus courte longueur d'onde du photon qu'il puisse absorber sans être ionisé. Dans quel domaine des ondes électromagnétiques se situe-elle ?

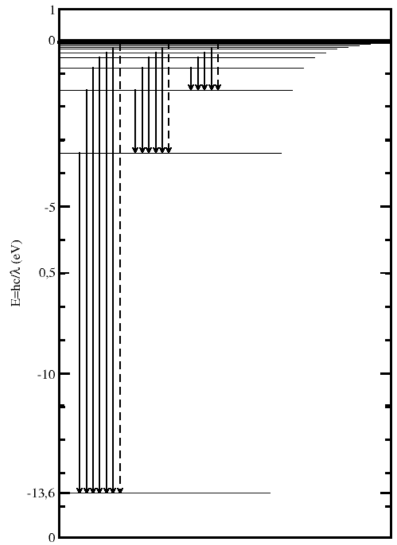
   (b) Déterminer les couleurs des rayonnements visibles que peut émettre une lampe à vapeur de H.

2. La figure ci-contre représente les énergies $\mathscr{E}_n$ des différents niveaux électronique de l'atome d'hydrogène caractérisés par l'entier n.

   (a) Rappeler l'expression de $\mathscr{E}_n$ en fonction de E_0 et n et vérifier l'accord avec la figure.

   (b) On considère une absorption entre un niveau n et un niveau p. Dans quel domaine des ondes électromagnétiques seront absorbés des photons à partir du niveau $n = 1$?

   (c) Déterminer la fréquence d'un photon émis entre le niveau $n = 4$ et le niveau $n = 1$?



Exercice 10 : Atomes hydrogénoïdes

On appelle ion hydrogénoïde un ion ne comportant qu'un seul électron. On note Z son numéro atomique.

1. Les ions He^+ et Li^{2+} sont-ils hydrogénoïdes ? Quel est l'ion hydrogénoïde correspondant à l'élément carbone ?

2. Les énergies de l'état fondamental, notées $-E_1$ de He^+ et Li^{2+} valent respectivement $-54{,}4$ eV et $-122{,}4$ eV. Proposer une relation simple entre leur nombre de charge et $E_{1,\mathrm{H}}$ la valeur correspondante dans l'atome d'hydrogène.

3. Les énergies des niveaux de ces systèmes satisfont à la relation $E_n = -\frac{E_1}{n^2}$, avec $n \in \mathbb{N}^\star$.

   (a) Calculer la valeur de l'énergie des quatre premiers niveaux d'énergie des ions He^+ et Li^{2+} et les comparer à celles de l'atome d'hydrogène. Déterminer également le domaine des ondes électromagnétiques correspondantes.

   (b) Pourquoi peut-on dire que l'électron unique d'un système hydrogénoïde devient de plus en plus lié lorsque Z augmente ?

Exercice 11 : Vitesses de phase et de groupe

Les courbes ci-dessous représentent l'évolution temporelle de l'excitation d'une onde dans une géométrie unidimensionnelle.

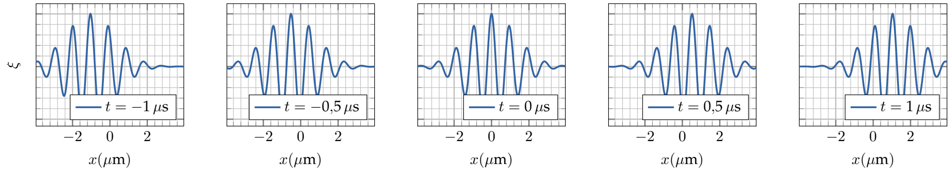


Fig. 1 : Système arbitraire.

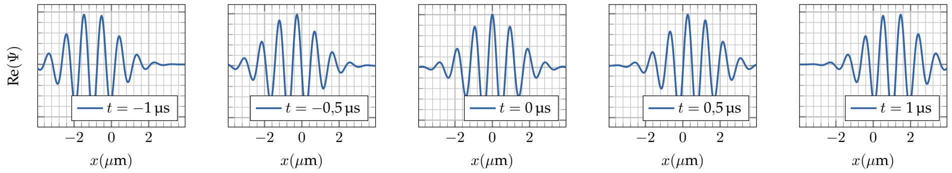


Fig. 2 : Partie réelle d'une onde de matière $\mathrm{Re}(\Psi(x,t))$.

- La *vitesse de phase* d'une onde monochromatique de pulsation ω et de vecteur d'onde k est, par définition ω/k.
- La *vitesse de groupe* d'un paquet d'onde polychromatique est la vitesse de propagation de l'énergie.

1. Pour chacune des figures, estimer la longueur d'onde correspondant à la fréquence prédominante.
2. En déduire, en considérant l'évolution des arches individuelles, la vitesse de phase correspondant à la fréquence prédominante ainsi que la valeur de cette fréquence.
3. Déterminer également la vitesse de groupe et comparer sa valeur à celle de la vitesse de phase.

La propagation d'une onde est dite *dispersive* si la vitesse de phase varie avec la fréquence. Cette condition est nécessaire pour que la vitesse de phase de la fréquence prépondérante et la vitesse de groupe d'un paquet d'ondes soient différentes. C'est ici le cas de l'onde de matière.